

**Comentarios básicos :**

La noción de un vector fue introducida en la geometría de los cursos anteriores, y sirvió como modelo matemático también en las clases de física. Ahora la idea es estudiar las propiedades de los vectores y sus representaciones gráficas, y tomar las reglas de cálculo para estos vectores como base de referencia para una definición general de un espacio vectorial sobre  $\mathbb{R}$ . Se deben mostrar también espacios vectoriales no geométricos para explicar la importancia general de este concepto.

Este programa sigue la propuesta de Programa de Matemática “B” 6° Ingeniería Microexperiencia del año 2000. Los temas se reparten entre el 2° y 3° año del Ciclo Superior según la planificación del docente.

**2° y 3° Año Ciclo Superior = 11. Año y 12. Año**  
**( 4 horas semanales )**

**I. Sistemas lineales, matrices y determinantes.**

- 1) Discusión de la ecuación  $ax = b$ . Sistemas de ecuaciones. Sistemas escalerizados. Sistemas equivalentes. Teorema general de equivalencia. Método de escalerización.
- 2) Definición de matriz. Suma de matrices. Propiedades. Producto de una matriz por un número real. Propiedades. Producto de matrices. Propiedades.
- 3) Definición de determinante de una matriz  $2 \times 2$ . Definición de menor complementario. Definición de adjunto. Definición por recurrencia del determinante de una matriz de  $n \times n$ . Regla de Sarrus. Propiedades de los determinantes. Cálculo de determinantes usando propiedades.
- 4) Existencia y unicidad de la matriz inversa. Método para hallarla. Teorema de Cramer. Aplicaciones. Sistemas homogéneos.

**II. Vectores geométricos. Coordenadas de un vector.**

- 1) Repaso de los conceptos : relación, relación de equivalentes, conjunto cociente.
- 2) Definición de vectores geométricos ( clase de equivalentes entre parejas ordenadas de puntos ). Suma de vectores. Producto de un vector por un número real. Combinación lineal. Definición de base. Producto escalar. Definición y propiedades.
- 3) Eje orientado. Medida de segmentos con signo. Par de ejes cartesianos. Punto medio de un segmento. Simétrico de un punto respecto a otro.
- 4) Coordenadas de un vector. Coordenadas del vector suma. Coordenadas de  $\mathbf{I} \cdot \vec{v}$ . Vectores colineales. Cálculo del producto escalar a partir de las coordenadas de los vectores.
- 5) Módulo de un vector. Ángulo entre vectores. Vectores perpendiculares. Distancia entre dos puntos.
- 6) Base de  $R^2$ . Condición para que un conjunto de vectores sea base de  $R^2$ . Traslación y rotación de ejes.

**III. Ecuación de la recta. Inecuación de un semiplano. Haces de rectas.**

- 1) Ecuaciones paramétricas de una recta. Rectas paralelas y rectas perpendiculares ( para el caso de ecuación paramétricas ).
- 2) Condición de alineación en 3 puntos. Ecuación general de la recta. Ecuación de la recta en forma explícita. Coeficiente angular.
- 3) Intersección de rectas ( se puede desarrollar el tema para rectas dadas por su ecuación general, poner ejemplos de otros casos ). Condición de paralelismo, condición de perpendicularidad ( usando las ecuaciones generales y/o explícitas ). Ángulo entre dos rectas.
- 4) Ecuación segmentaria de la recta. Ecuación normal de la recta. Normalización de la ecuación general. Distancia de un punto a una recta. Área de un triángulo.
- 5) Inecuación de un semiplano. Sistemas de inecuaciones.
- 6) Haces de rectas. Condición necesaria y suficiente para que 3 rectas formen haz. Ecuación de un haz de rectas. Propiedades de los haces.

**IV. Circunferencia. Círculo. Haces de circunferencias. Lugares geométricos. Envolventes.**

- 1) Ecuación de una circunferencia. Aplicaciones. Inecuación de un círculo. Sistemas de inecuaciones.
- 2) Intersección de recta y circunferencia. Tangente a una circunferencia por un punto de ella y desde un punto exterior. Polar de un punto respecto a una circunferencia. Propiedades.
- 3) Coordenadas polares. Ecuación de una recta y de una circunferencia en coordenadas polares. Potencia de un punto respecto a una circunferencia. Eje radical. Intersección de dos circunferencias.
- 4) Haces de circunferencias. Teoremas relativos. Puntos bases. Puntos límites. Circunferencias ortogonales. Ecuación del haz ortogonal. Estudio de dicho haz.
- 5) *Facultativo : Lugares geométricos. Métodos analíticos para determinación de la ecuación de un lugar. Método de los parámetros.*
- 6) *Facultativo : Familias de curvas dependientes de un parámetro cuadrático. Envolvente de dicha familia.*

### V. **Parábola, elipse y hipérbola.**

- 1) Definición de una parábola. Construcción de puntos. Ecuación de una parábola de eje paralelo a  $\vec{O}y$  ( comentar los resultados para eje paralelo a  $\vec{O}x$  ). Elementos a partir de la ecuación. Dar un ejemplo de parábola de eje inclinado.
- 2) Intersección de recta y parábola. Tangente a una parábola en un punto de ella. Ejercicios. Propiedades de la parábola.
- 3) Definición de elipse y de hipérbola. Construcción de puntos. Ecuación del elipse y de la hipérbola referidas a sus ejes. Asíntotas de una hipérbola. Propiedades. Tangente a una elipse ( o a una hipérbola ) por un punto de ella. Propiedades que se demuestran analíticamente.
- 4) Inecuaciones. Sistemas de inecuaciones.

### VI. **Geometría analítica en el espacio.**

- 1) Coordenadas de un punto en el espacio. Coordenadas de un vector. Coordenadas del vector suma. Coordenadas de  $\vec{I} \cdot \vec{v}$ . Módulo de un vector.
- 2) Producto escalar. Producto vectorial. Propiedades. Aplicaciones.
- 3) Ecuaciones paramétricas de una recta. Ecuaciones paramétricas de un plano. Ecuación general de un plano.
- 4) Intersección de recta y plano. Intersección de planos. Perpendicular entre recta y plano, perpendicularidad entre planos. Distancia de un punto a un plano.
- 5) Ecuación de la superficie esférica. Ecuación del plano tangente en un punto de ella.

### VII. **Espacios vectoriales.**

- 1) Definición de espacio vectorial. Propiedades relativas. Ejemplos : matrices, vectores geométricos,  $R^2$ ,  $R^3$ , polinomios, etc.
- 2) Dependencia e independencia lineal de vectores. Base de un espacio vectorial. Dimensión de un espacio vectorial. Ejemplos.
- 3) Definición de subespacio. Ejemplos. Base de un subespacio. Dimensión. Ejemplos.
- 4) Espacios vectoriales con producto escalar. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Bases ortonormales.

### VIII. **Facultativo : Transformaciones lineales en espacios de dimensión finita**

- 1) *Definición. Determinación. Ejemplos.*
- 2) *Matriz asociada. Cambio de base.*
- 3) *Composición de transformaciones lineales. Relación con el producto de matrices.*
- 4) *Núcleo. Imagen. Existencia de la transformación inversa. Determinante de una transformación lineal.*
- 5) *Vectores y valores propios.*