

Comentarios básicos :

El aporte de la enseñanza de las matemáticas para la cultura general consiste principalmente en dos aspectos fundamentales. Por una parte el pensamiento matemático proviene de la aspiración humana de entender y describir el mundo en forma cuantitativa : comparar, contar, calcular, medir y dibujar son actividades que se desarrollaron en todas las culturas del mundo. Por otra parte siempre existe la tendencia de buscar relaciones entre las cosas aprendidas, de reconocer estructuras, la tendencia hacia la abstracción. La interacción entre la matemática pura y la matemática aplicada hizo formar el edificio del pensamiento matemático durante miles de años como un esfuerzo cultural común de los pueblos.

Las ciencias exactas usan el lenguaje y los métodos de la matemática; en muchas áreas del pensamiento humano es indispensable manejar modelos matemáticos de la realidad. Las matemáticas entonces crean las condiciones para la orientación y la capacidad de juicio en un mundo complejo. Los cursos deben transmitir al alumno una experiencia genuina de las matemáticas, de su trascendencia y de su diversidad.

En particular hay que perseguir los siguientes objetivos :

- Conocimientos profundos de las propiedades y las relaciones de orden de los números
- Un buen dominio de las operaciones aritméticas, de los métodos algebraicos y de las construcciones geométricas básicas
- El desarrollo de la capacidad de imaginación de objetos en tres dimensiones
- El conocimiento y la aplicación de nociones y teoremas básicos de la materia
- La habilidad de analizar problemas, el desarrollo de estrategias para llegar a soluciones y la comprensión de distintos algoritmos para solucionar problemas
- Descubrir relaciones funcionales y analizarlas también bajo aspectos dinámicos
- Elaborar un modelo matemático para hechos reales e interpretar teoremas matemáticos en situaciones concretas
- El reconocimiento y la descripción de dependencias mutuas en redes complicadas, la comprensión de posibles interacciones, el pensar en relaciones generales
- La comparación crítica, la verificación y el juicio responsable de los resultados de razonamientos, cálculos y métodos
- El uso adecuado de recursos de ayuda como la colección de fórmulas y la calculadora
- El empleo de la computadora en situaciones adecuadas

Durante el aprendizaje y la fase de ejercicios de los conocimientos básicos se exige de los alumnos un trabajo continuo y concentrado, que les puede educar hacia la objetividad, perseverancia y profundidad. La consolidación de lo aprendido con la realización de ejercicios y deberes forma parte esencial de la enseñanza.

Una intención central de la enseñanza de las matemáticas es introducir al alumno en la resolución de problemas y entonces aclarar el alcance y los límites de los métodos aplicados. La resolución de problemas, sea individual como en grupo, exige mucha consecuencia, perseverancia y riqueza imaginativa de los alumnos. La búsqueda de caminos de solución da estímulos para la creatividad y el desarrollo de estrategias. Se pueden despertar ganas de descubrir cosas, especialmente en la geometría.

La deducción matemática y la demostración de teoremas tiene una importancia especial. Por eso hay que mostrar a los alumnos la construcción deductiva y sistemática de la matemática en situaciones oportunas. A veces también puede alcanzar la transmisión de las ideas principales de la demostración de un teorema y las consecuencias y aplicaciones, y dejar por lado la demostración formal completa. Pero entonces hay que dejar claro que se omitió y el porqué.

La enseñanza de las matemáticas también brinda aportes importantes a la educación del lenguaje. Esa enseñanza promueve la capacidad de abstraer y pone de manifiesto formas distintas del razonamiento. Un objetivo del trabajo escrito tanto como del oral debe ser el lenguaje inequívoco, conciso pero también abarcando la totalidad. Por eso conviene sugerir que los alumnos hagan ponencias y también trabajos más extensos sobre temas de la matemática.

Formas de enseñanza adecuadas son necesarias para alcanzar los objetivos mencionados. Activar a los alumnos y fomentar su creatividad, introduciendo juegos, aumenta la variedad de la oferta didáctica. El trabajo interdisciplinario abre la visión más allá de la materia y pone en evidencia el sentido del proceder matemático. El trabajo en grupo influye positivamente en el comportamiento social del alumno. Ahí se aprende a reflexionar el propio papel en el grupo y en el desarrollo de estrategias para resolver problemas, la disposición al diálogo neutral, a la crítica constructiva y al enfrentamiento común de problemas nuevos. Así los alumnos consiguen autoestima y confianza en sus habilidades.

La enseñanza en Primaria se distingue por su variedad en los temas y trabajos propuestos. Se obtienen conocimientos nuevos gracias a métodos inductivos y evidentes. El cambio hacia métodos deductivos se debe realizar cautelosamente y tomando en cuenta la edad de los alumnos. Las clases se deben dar con mucho realismo. Así los alumnos experimentan su mundo real con una visión nueva y más profunda.

En el Liceo se conocen los métodos básicos de la matemática, las formas de pensar y las técnicas de trabajo de esa disciplina. Con métodos didácticos modernos orientados a la participación activa de los alumnos se transmiten comprensiones de las interacciones entre la sociedad y el ambiente. Así se educa a los alumnos para una sociedad basada en valores y para una vida consciente de su responsabilidad.

El Ciclo Superior y la preparación para el examen final procuran más conocimientos y habilidades y posibilitan al alumno a evaluar la trascendencia de la matemática. Con una dedicación cada vez más profunda se quiere preparar a los alumnos para un futuro trabajo científico propio.

1º Año Ciclo Básico = 7. Año
(6 horas semanales)

1. Álgebra

a) Breve resumen : los números naturales

Las operaciones básicas con números naturales, el orden.
Cuadrados y cubos de números naturales.
Criterios de divisibilidad, números primos,
descomposición de un número natural en producto de números primos, mínimo común múltiplo,
máximo común divisor.

b) Las fracciones

La definición de una fracción, representación de fracciones en el eje numérico, simplificar fracciones.
Las operaciones básicas con fracciones, fracciones decimales.
Transformaciones de fracciones comunes en fracciones decimales y viceversa. Redondeo.
Proporcionalidad directa e indirecta, regla de tres simple, Cálculo de porcentajes.
Intereses.

c) Los números racionales

Los números negativos . El orden y la representación en el eje numérico de los números enteros, valor absoluto .
Los números racionales y su representación en el eje numérico.
Adición y sustracción de números racionales . El uso de paréntesis .
Ecuaciones de la forma $a + x = b$.
Multiplicación y división de números racionales .
Ecuaciones de la forma $a * x = b$.
La ley distributiva .

d) Términos y transformaciones equivalentes de términos

La noción de término algebraico .
El cálculo de valores de un término . Simplificar términos : sumas y productos .
Adición de productos; multiplicación de sumas .
Composición y descomposición de términos , formulas binómicas .
Potencias de productos y de sumas. La factorización de sumas .

e) Ecuaciones e inecuaciones lineales

Soluciones de ecuaciones lineales con una incógnita , equivalencia de ecuaciones .
Soluciones de inecuaciones lineales con una incógnita, equivalencia de inecuaciones.
Transformación de un texto en ecuaciones e inecuaciones correspondientes,
especialmente en aplicaciones.

2. Geometría

a) Nociones básicas

Segmentos y rectas , el círculo, el ángulo, rectas paralelas y rectas perpendiculares.

b) Leyes de ángulos

Ángulos adyacentes, ángulos subyacentes , ángulos en figuras formados por dos rectas paralelas y una recta que corta, la suma de los ángulos en un triángulo.

c) La simetría axial

La definición de la simetría axial y sus propiedades. La construcción de imágenes y del eje .
Construcción de perpendiculares y de bisectrices, triángulos especiales.

d) La simetría central

La definición de la simetría central y sus propiedades. El paralelogramo.

e) Construcción de triángulos

Líneas notables en un triángulo, el teorema de Tales, la congruencia de triángulos, teoremas sobre triángulos congruentes, la construcción de triángulos.

1. Álgebra

a) Expresiones algebraicas racionales

El dominio de una expresión algebraica, el cálculo de valores de un término.
Ampliación y simplificación de expresiones algebraicas racionales.
Operaciones básicas con expresiones algebraicas racionales.

b) Ecuaciones e inecuaciones algebraicas racionales

Ecuaciones e inecuaciones de expresiones algebraicas racionales y su conjunto de soluciones.
Proporciones.
Trabajar con fórmulas.
Aplicaciones en la física y en ciencias de la economía.
Ecuaciones con parámetros.

c) Funciones

La noción de función, dominio y codominio, gráfico de una función.
La proporcionalidad directa y su gráfico, la función lineal .
Aplicaciones (física, economía, química)
Funciones simples con valor absoluto.
La proporcionalidad indirecta y su gráfico y aplicaciones.

d) Sistemas de ecuaciones lineales

Una ecuación con dos incógnitas y su conjunto de soluciones.
Sistemas de dos ecuaciones lineales en dos incógnitas y sus métodos de resolución,
la regla de Cramer.
Algunos ejemplos de sistemas de tres ecuaciones en tres incógnitas.
Aplicaciones.

2. Geometría

a) Cuadriláteros

Los términos técnicos relacionados con el cuadrilátero ;
el paralelogramo, el trapecio, el romboide.
Construcciones de cuadriláteros.

b) Teoremas matemáticos y su demostración

La suposición y la afirmación de un teorema;
la contraposición, condiciones necesarias y condiciones suficientes,
demostraciones directas,
demostraciones por contradicción,
demostraciones usando simetría o congruencia.

c) Círculos y rectas

La tangente, la secante y la cuerda .
Cuadriláteros circunscriptibles, cuadriláteros inscriptibles,
ángulos periféricos, arcos capaces,
n-láteros regulares.

d) La medición del área de un cuadrilátero

El cálculo de área de un paralelogramo ,
la fórmula del área de un triángulo y de un paralelogramo .
Aplicaciones con figuras más complejas.

e) Vectores

La definición de un vector , representantes de un vector.
Adición y resta de vectores.
Aplicaciones en la física : fuerzas y velocidades.

f) Introducción a la geometría del espacio

Rectas y planos en el espacio y su posición relativa.
La perpendicular de un plano, planos paralelos y planos perpendiculares.
La definición y las propiedades de un prisma y una pirámide.
La superficie y el volumen de un prisma y de una pirámide.

1. Álgebra

a) Los números reales

La incompletitud del conjunto de los números racionales.
Encajes con intervalos , los números irracionales , la raíz cuadrada.
El conjunto \mathbb{R} de los números reales.
Cálculo de raíces y términos con raíces.

b) Las ecuaciones cuadráticas

Métodos para solucionar ecuaciones cuadráticas.
El teorema de Vieta y sus aplicaciones.
Ecuaciones que se pueden reducir a ecuaciones cuadráticas.
Ecuaciones con raíces .
Aplicaciones.

c) Funciones cuadráticas

La función cuadrática y su gráfico.
La función de la raíz como función inversa.
Aplicaciones.

d) Inecuaciones cuadráticas

Métodos de resolución.
Ejemplos de problemas de optimización usando funciones cuadráticas.

e) Funciones de monómios y polinomios

El cálculo de valores.
La descomposición en factores.
Gráficos de polinomios simples, ceros.

2. Geometría

a) Semejanza

Divisiones de trayectos, homotecia y figuras semejantes.
Teoremas de semejanza de triángulos.
Construcciones de triángulos aprovechando las teoremas de semejanza.
Aplicaciones en la geodesia.
Física : la óptica geométrica.
Medianas de un triángulo, el centro de gravedad de un triángulo.

b) El teorema de Pitagoras y teoremas relacionados con este

El teorema de Pitagoras.
El teorema de la altura y el teorema de las catetos de un triángulo rectángulo.
Aplicaciones en la matemática , especialmente en triángulos isósceles y en triángulos equiláteros y en el círculo.
Aplicaciones .
La razón áurea.
Cálculo de distancias.

c) El principio de Cavalieri

La pirámide : Área de la base, área lateral.
Casos especiales : la pirámide de base cuadrada, el tetraedro regular.
Volumen de una pirámide : La fórmula se obtiene con el principio de Cavalieri.
Aplicaciones .

3. Probabilidad y estadística

a) Introducción a la teoría de la probabilidad y la estadística

Las encuestas de datos.
La representación de resultados de encuestas con diagramas circulares y con histogramas.
La frecuencia relativa de un evento, frecuencias acumuladas, el promedio aritmético.

b) La definición de la probabilidad finita

El método de Laplace, ejemplos simples.
La estadística como probabilidad empírica.

1º Año Ciclo Superior = 10. Año
(6 horas semanales)

1. Álgebra

a) Cálculo con potencias

Potencias con exponente natural, con exponente entero y con exponente racional.

Potencias de diez.

El cálculo de potencias y sus reglas.

La división de polinomios, la raíz $\sqrt[n]{a}$.

b) Funciones potenciales

Las propiedades y la clasificación de funciones potenciales y sus gráficos.

La ley de monotonía.

La reversibilidad de una función potencial, la función inversa.

c) Funciones racionales

Su gráfico, los ceros.

El dominio y el codominio, signos.

d) Ecuaciones algebraicas

Métodos de resolución, métodos iterativos para encontrar soluciones aproximadas.

La reducción de una ecuación algebraica usando la división de polinomios.

e) La función exponencial y la función logarítmica

Las funciones exponenciales, sus propiedades y sus gráficos.

La función logarítmica como función inversa de la función exponencial.

El cálculo logarítmico.

La propiedad fundamental de la función exponencial y la propiedad fundamental de la función logarítmica.

Ecuaciones exponenciales y ecuaciones logarítmicas.

Aplicaciones, especialmente procesos de crecimiento y decrecimiento.

f) Sucesiones

La definición de una sucesión, ejemplos.

Sucesiones recursivas, sucesiones monótonas, convergencia.

Progresiones, sucesiones y progresiones aritméticas y geométricas.

2. Geometría

a) El círculo y sus medidas

La circunferencia y el área de un círculo.

El número Pi.
La longitud de un arco.
El área de un sector de un círculo.

b) El cilindro, el cono y la esfera

La superficie de un cilindro y de un cono, fórmulas.
El volumen de un cilindro y de un cono, fórmulas .
El volumen y la superficie de una esfera.
Aplicaciones, cuerpos simples con eje de rotación.

c) La trigonometría

Coordenadas cartesianas y coordenadas polares.
La definición de seno, coseno y tangente de un ángulo.
El cálculo de ángulos en triángulos rectángulos.
Cálculos generales en triángulos y en figuras geométricas más complejas.
El teorema de seno y el teorema de coseno.
Las funciones trigonométricas, el radian.
El gráfico de $f(x) = a \sin (bx + c)$.
El significado de los parámetros.
Aplicaciones de la trigonometría en la física (la refracción, la pendiente, la tensión alterna) y en
la
geografía (la geodesia).
Los teoremas de adición (verificando solo un ejemplo).

d) Secciones cónicas

Elipse, hipérbola, parábola y sus propiedades.

2º Año Ciclo Superior = 11. Año
(6 horas semanales, dictadas en Alemán)

Observaciones :

El tema de 5. año son las funciones reales y el cálculo diferencial. Se estudiarán criterios del análisis de funciones, la noción de límite y la derivada de una función. El orden de los temas propuestos se puede variar según el criterio del profesor.

Comentarios fundamentales :

Partiendo de conocimientos de los años anteriores de funciones específicas los alumnos deben conocer la noción general de una función real, y se deben familiarizar con los términos técnicos correspondientes y saber usarlos adecuadamente. Un primer acceso a los estudios sistemáticos de esas funciones se obtiene analizando una función en los alrededores de un punto de su dominio o con crecimiento ilimitado de la variable. Ahí se empieza a estudiar límites y continuidad de funciones. Los alumnos llegan a conocer los conceptos del “infinitamente pequeño” y del “infinitamente grande” y las propiedades locales de un gráfico de una función. La introducción de la derivada de una función real significa un progreso importante en el desarrollo de las matemáticas (→ Historia : Isaac Newton, Gottfried Wilhelm Leibniz). Los alumnos van a ver, como se describe el comportamiento de variación de una función con su derivada, y como se pueden estudiar monotonía y extremos locales con este nuevo cálculo. Habilidades en el cálculo diferencial se necesitan también más tarde en el cálculo integral y son fundamentales para muchas aplicaciones, sobre todo en la física y en las ciencias económicas.

Los contenidos :

1. Funciones reales

a) El cuerpo de los números reales

Breve resumen de las propiedades de \mathbb{R} .
Encajes con intervalos y el axioma de completitud.

b) La noción de función

Relaciones y funciones, la ecuación funcional.
El término funcional y el gráfico de la función.
El dominio y el codominio de una función, simetría, ceros.
(→ Física : funciones tiempo-posición,
→ Ciencias económicas : funciones de costo)

c) Ecuación de la recta

La pendiente de una recta, el ángulo de pendiente.
La ecuación general de una recta.
Puntos comunes de dos gráficos de rectas, ángulos de corte.
Rectas perpendiculares y rectas paralelas. Haces de rectas.
Funciones con valor absoluto.

2. La pendiente del gráfico de una función

a) El problema de la tangente

La pendiente de una secante, la transición hacia la pendiente de la tangente.
La aproximación lineal y la noción de límite.

b) La ecuación de la tangente

La definición del límite de una función acercándose a un punto.
La convergencia y la divergencia definida y no definida.
El cociente diferencial y la pendiente de la tangente como límite.
(→ Física : velocidad media,
→ Filosofía : el infinito)

3. Límites de funciones en puntos de su dominio

a) Teoremas sobre límites de funciones

Teoremas simples sobre límites.
Límites de la suma, del producto, del cociente y de la composición de funciones en puntos de su dominio.
Límites para $x \rightarrow x_0$, límites unilaterales , límites para $x \rightarrow \infty$.
La divergencia definida y la divergencia no definida de límites.
Las reglas de de l'Hospital.
(→ Física : La curva de carga de un condensador, curvas de saturación en general)

b) Funciones continuas

La continuidad en un punto del dominio.
La extensión continua en un punto, ejemplos de funciones continuas y discontinuas.
Teoremas sobre la continuidad de funciones compuestas.
(→ Física : la supra-conductividad, oscilaciones diente de sierra)
(→ Ciencias económicas : tarifas de impuestos, la función de franqueo)
(→ Ciencias en general : la teoría del caos, “natura non facit saltus“)

4. Derivadas de funciones

a) La derivada de una función

La pendiente de un gráfico de una función en un punto.
La derivada de una función en un punto de su dominio.
La función derivada $f'(x)$.
La relación entre los gráficos de $f(x)$ y $f'(x)$.
(→ Química : la velocidad de una reacción química,
→ Ciencias económicas : grado de variación)

b) Las derivadas de las funciones básicas

La derivada de $f(x) = k$ y de $f(x) = kx$ y de $f(x) = kx^n$.
Puntos con tangentes horizontales, máximos y mínimos relativos y puntos de inflexión.
Criterios de monotonía.
La derivada de una función raíz, de funciones con valor absoluto, de $f(x) = 1/x$.
La derivada de $f(x) = x^n$.

La derivada de una función trigonométrica.

c) Teoremas simples sobre derivadas

La derivada de $f(x) + g(x)$.

La derivada de $c \cdot f(x)$.

d) El producto, el cociente y la composición de funciones y sus derivadas

Los teoremas correspondientes, y muchos ejemplos y aplicaciones.

(→ Física : la oscilación armónica)

e) Derivadas de mayor orden

Definición de la derivada segunda y de derivadas de mayor orden.

El significado geométrico de la derivada segunda.

Puntos sin curvatura.

(→ Física : un movimiento acelerado,

→ tránsito : aceleración y freno, peligros en el tránsito)

5. El análisis del gráfico de una función y aplicaciones del cálculo diferencial

a) Propiedades algebraicas de polinomios

La definición de polinomio.

Simetrías, funciones pares e impares.

Ceros y su multiplicidad.

La descomposición de un polinomio en factores.

b) Los métodos del cálculo diferencial con polinomios

Derivadas, monotonía, puntos extremos locales y absolutos.

Puntos con pendiente cero que no son puntos extremos.

Concavidad, convexidad y puntos de inflexión.

Los gráficos.

Análisis de un haz de polinomios.

(→ Física : oscilaciones, movimientos,

→ Ciencias económicas : la influencia de parámetros en crecimiento y ganancias)

c) Aplicaciones del cálculo diferencial

Problemas con valores extremos y condiciones agregadas.

Optimización.

(→ Física : la ley de refracción)

(→ Ciencias económicas : la función de costos y el cálculo de ganancias)

(→ técnica : problemas de optimización)

La elaboración de términos funcionales partiendo de ciertas condiciones

(→ Ciencias : Encontrar “leyes“ usando un material de datos científicos existente)

Estudios de haces de funciones.

(→ Ciencias, Medicina, Ciencias económicas, Física : la discusión de la influencia de parámetros)

d) Funciones racionales

La definición de la función racional.

Polos, asíntotas y “huecos“ en el dominio que se pueden “cerrar“ con una función continua.

Estudio completo de funciones y sus gráficos, propiedades locales y propiedades globales.

(→ Física : Lentes ópticas y sus leyes, resistencias paralelas, el movimiento de satélites,

La ecuación Van-der-Waals para gases ideales)

6. Suplementos (facultativos)

El teorema de Rolle y el teorema del valor medio y su uso para elaborar algoritmos para resolver ecuaciones con la computadora.

Una introducción al trabajo con DERIVE o otro sistema algebraico de computadora.

Optimización con computadoras. Una introducción a métodos Monte-Carlo.

3° Año Ciclo Superior = 12. Año
(6 horas semanales, dictadas en Alemán)

Observaciones :

En el cálculo infinitesimal se introduce el cálculo integral y especialmente se estudian funciones

exponenciales y logarítmicas. En la probabilidad y estadística se investigan sobre todo distribuciones binomiales y se discutirán las bases de la estadística y de un test . El orden de los temas propuestos se puede variar según el criterio del profesor.

El tratamiento de los temas facultativos y otros temas más, depende de la calidad del grupo.

Comentarios fundamentales :

En el cálculo infinitesimal los alumnos aprenden, que el concepto del área necesita ser pensado de nuevo. También deben entender la estrecha relación entre el cálculo diferencial y el cálculo integral y verán que las dos teorías provienen de preguntas fundamentales de Isaac Newton acerca del movimiento de los cuerpos. El concepto de integral definido, con el cual se puede calcular el valor de un área limitada por líneas no rectas, muestra a los alumnos otra vez la trascendencia de la idea de los límites en el cálculo infinitesimal. Se debe hablar también de la evolución histórica del cálculo integral. Hay que explicar la relación entre el cálculo diferencial y el cálculo integral. Las funciones exponenciales y las funciones logarítmicas tienen un papel sumamente importante en problemas de las ciencias exactas, de las ciencias económicas y en la sociología entre otras. Los alumnos deben entenderlo observando muchos ejemplos .

Problemas cotidianos de las ciencias exactas y de las ciencias sociales conducen a la idea del experimento estocástico, para describir sucesos que no se pueden describir causalmente. Las propiedades de la frecuencia relativa de un evento están motivando la introducción de la probabilidad en forma axiomática. Hay que discutir el problema de la probabilidad según Laplace. Muchos ejemplos de las ciencias exactas o del ámbito de las compañías de seguro por ejemplo muestran, que a los resultados de un experimento estocástico se puede asignar a menudo un número, la “ganancia“ o la “cuota de seguro“. Las funciones que así se generan se llaman magnitudes de azar. Los alumnos deben conocer así la interacción del cálculo de probabilidades con el cálculo infinitesimal. El valor esperado, la variación y la desviación estándar sirven para caracterizar las magnitudes de azar. En la práctica se pregunta a menudo si ciertos acontecimientos casuales, por ejemplo con el clima, todavía están dentro de un esquema general, o si hay que evaluarlos como resultados fuera de lo común. Los alumnos deben aprender el estudio de esas preguntas en situaciones claras, apoyándose en los números característicos de una magnitud de azar. Las distribuciones binomiales representan un modelo eficiente y fácil a entender para muchas situaciones, p.e. en la economía y en la salud. Con la distribución normal se abre un campo amplio de aplicaciones en ciencias naturales, técnica, y ciencias sociales. Tests pueden introducir a los métodos y los problemas de la estadística.

Los contenidos :

EL CÁLCULO INFINITESIMAL

1. Los bases del cálculo integral

a) Funciones con derivada conocida y funciones de áreas

Funciones con derivadas conocidas.

La función de área de una función monótona y positiva y su derivada.
La medida del área como límite.
El método de partición de un intervalo, sumas inferiores y sumas superiores.
Intervalo de integración.

b) Integrales

Funciones de área generales, el cálculo de áreas simples.
La definición y las propiedades del integral sobre $[a,b]$.
Interpretación como balance de áreas.
Problemas de ser integrable.

c) Funciones de integrales

La definición de una función integral .
Una función integral sobre una función continua.
Comparación de funciones integrales, funciones con derivadas conocidas e integral indefinida.
El teorema fundamental del cálculo infinitesimal.
Integración usando el teorema fundamental.
Cálculo de áreas y cálculo de volúmenes de cuerpos con eje de rotación.

d) Aplicaciones del cálculo integral

El cálculo de volúmenes .
Aplicaciones en la física . Promedios .
(\rightarrow Física : movimientos, trabajo, tensión inducida)
(\rightarrow ciencias económicas, geografía : promedios)

2. La función inversa y su derivada

a) Condiciones para que una función tenga inversa

Ejemplos .
Dominios y codominios de función y función inversa.

b) Teorema de la derivada de la función inversa de una función derivable

3. Funciones logarítmicas y funciones exponenciales

a) Funciones que tienen a $f(x) = 1/x$ como derivada primera

Propiedades de tales funciones, la propiedad fundamental del logaritmo.
Demostración que la función integral $L(x)$ sobre $f(x)$ con dominio $D=\mathbb{R}^+$ es un logaritmo.

b) El número e de Euler

El número e como base de $L(x)$. e como límite de una sucesión.
Logaritmos neperianos .
Cambio de base de un logaritmo.

c) Estudio analítico de funciones logarítmicas

Ejercicios, aplicaciones en ciencias y en la técnica.
Diferenciación logarítmica e integración logarítmica.
(→ Biología : La ley de Weber-Fechner de los estímulos)

d) Funciones exponenciales

La definición, propiedades (con la propiedad fundamental) y derivadas de las funciones exponenciales.
Aplicaciones .
Estudio completo de funciones.
(→ Biología : crecimiento)
(→ Geografía : crecimiento de población)
(→ Física, Química : decrecimiento, p.e. descomposición radioactiva)
(→ Ciencias económicas : rédito continuo, crecimiento)

e) Métodos del cálculo integral

Integrales con intervalo no limitado, integrales sobre funciones no limitadas.
(→ Física : el potencial en un campo central, la velocidad de escape, la barrera de Coulomb)
Integrales parciales e integrales con sustitución.

e) Las funciones inversas de las funciones trigonométricas (*facultativo*)

Las derivadas de las funciones trigonométricas.
(→ Física : oscilaciones armónicas)
La definición de las funciones $f(x) = \arcsen(x)$, $f(x) = \arccos(x)$, y $f(x) = \arctan(x)$ y sus derivadas.
Aplicaciones.

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

1. Experimentos estocásticos

a) La definición de un experimento estocástico

(→ Biología : genética , → Ciencias políticas : encuestas)
(→ Ciencias en general : realidad y modelo matemático)
(→ Física : descomposición radioactiva)

b) El espacio de resultados y el espacio de eventos

El espacio de resultados como conjunto (finito) de resultados.
Los eventos como subconjuntos del espacio de resultados.
Eventos complementarios y eventos incompatibles.
El álgebra de eventos.

c) La frecuencia relativa de un evento

La noción de la frecuencia relativa de un evento.
Las propiedades básicas de la frecuencia relativa.
La ley empírica de los grandes números.
(→ Informática : simulaciones con la computadora)

2. La probabilidad

a) La definición de probabilidad

La historia de la probabilidad.
Los axiomas de Kolmogorov y el espacio de probabilidad.
Teorema de suma para eventos incompatibles.
Una comparación entre la medición de probabilidades y la medición de áreas.
(→ Física, Química : el modelo orbital)

b) Diagramas de árboles y reglas de caminos

Diagramas de árboles, tablas de campos , reglas de caminos.
La determinación de distribuciones de probabilidades.

c) La hipótesis de Laplace

La definición , el modelo de urnas.
La combinatoria.

d) Probabilidades condicionadas

La definición de la probabilidad condicionada.
La fórmula de Bayes.

e) Independencia estocástica

La definición, ejemplos.
(→Vida general : el fumar y la expectativa de vida, estadísticas de población)

3. Distribuciones binomiales

a) Magnitudes de azar

La definición, la función de probabilidad $W(x)$ de una magnitud de azar.

El valor esperado y la variación.
Histogramas.
Función de densidad de una magnitud de azar y la función acumulativa de probabilidad.
(→ Física : exactitud de una medición)
(→Ciencias económicas : costos medianos de reparación)
(→ Meteorología : el clima)

b) Cadenas de Bernoulli y la distribución binomial

Modelos de urnas, la fórmula de la distribución binomial.
Histogramas, función de densidad y función acumulativa de probabilidad.
(→Ciencias económicas : controles de calidad)
(→ Biología : riesgo de contagiarse por ejemplo con SIDA)
(→ Ciencias en general : realidad y modelo matemático)

c) La inecuación de Bienaimé-Tschebyschew

(→Ciencias económicas: controles de calidad).
La ley débil de los grandes números.
Intervalos de confianza.

d) La distribución normal

Magnitudes de azar estandarizadas.
El teorema de límites local de de Moivre y Laplace.
La distribución normal.
El teorema de límite integral.
La función de Gauss.
(→Ciencias económicas : producción de valores)
(→ Ciencias políticas : Métodos para elaborar pronósticos para elecciones)

e) Estadística y tests

Sentido y objetivos propios de la estadística .
Test de hipótesis alternativa, test de significancia, errores de primer y segundo orden.
(→Ciencias económicas : Minimalización de daños)
(→ Biología : genética)

PREPARACIÓN PARA EL EXAMEN FINAL (ABITUR)